6.4.3 Exercice 3

Soit le système mécanique représenté sur la figure 6.5. La masse mz est soumise à une force $F(t) = F_0 \cos \omega\, t$.

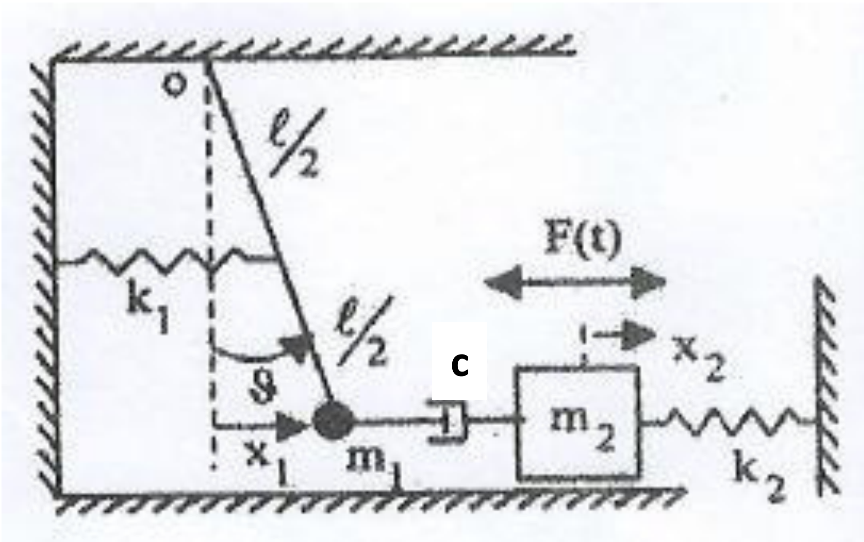

FIGURE 6.5 –

1. Écrire les équations différentielles, en $x_1(t)$ et $x_2(t)$, qui régissent les déplacements horizontaux des masses m_1 et m_2 lors de petites oscillations.
2. Réécrire les équations du mouvement dans leurs formes intégro-différentielles.
3. déduire l'impédance d'entrée du système $Z_e = \frac{F(t)}{\dot{x}_2}$.

Solution

Énergie cinétique

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_1^2$$

Énergie potentielle

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{k_1}{4} + \frac{m_1 g}{l}\right)x_1^2 + \frac{1}{2}k_2 x_2^2$$

Fonction de dissipation

$$D = \frac{1}{2}c\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_2\right)^2$$

Équations différentielles du mouvement

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + \left(\frac{k_1}{4} + \frac{m_1 g}{l}\right)x_1 + c\dot{x}_1 - c\dot{x}_2 = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + k_2 x_2 - c\dot{x}_1 + c\dot{x}_2 = F(t) \end{cases}$$

Les équations du mouvement dans leurs formes intégro-différentielles

$$\begin{cases} j\left(m_1\omega - \frac{\left(\frac{k_1}{4} + \frac{m_1 g}{l}\right)}{\omega} + c\right)\dot{x}_1 - c\dot{x}_2 = 0 \\ j\left(m_2\omega - \frac{k_2}{\omega} + c\right)\dot{x}_2 - c\dot{x}_1 = F(t) \end{cases}$$

L'impédance d'entrée du système

$$Z_e = \frac{F(t)}{\dot{x}_2} = \left[c + j\left(m_2\omega - \frac{k_2}{\omega}\right)\right] - \frac{c^2}{\left[c + j\left(m_1\omega - \frac{\frac{k_1}{4} + \frac{m_1 g}{l}}{\omega}\right)\right]}$$