4.7.6 Exercice 6

Soit le circuit excité de la figure 4.19, $E\left(t\right)=E_m\cos\left(\omega\,t\right)$.

1. Trouver l'équation du mouvement de la charge électrique Q circulant dans le circuit.
2. Trouver en utilisant la notation complexe la solution permanente de l'équation différentielle du mouvement.
3. Trouver la pulsation de résonance ω_r.

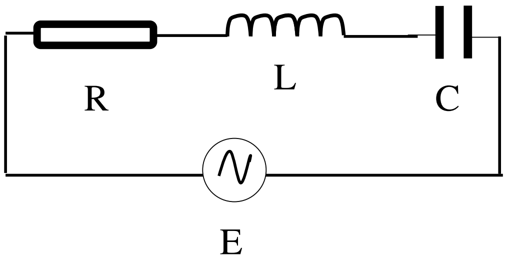

FIGURE 4.19 –

Correction de l'exercice 6

$$L\frac{dI}{dt}+\frac{1}{C}\int Idt+RI=E\Leftrightarrow L\frac{d}{dt}\left(\frac{dQ}{dt}\right)+\frac{1}{C}\int\frac{dQ}{dt}dt+R\frac{dQ}{dt}=E$$

$$L\ddot{Q}+\frac{1}{C}Q+R\dot{Q}=E\Leftrightarrow\ddot{Q}+\frac{1}{LC}Q+\frac{R}{L}\dot{Q}=\frac{E}{L}$$

De la forme

$$\ddot{Q}+\omega_0^2Q+2\lambda\dot{Q}=B_0\ \ avec\ \ :\omega_0^2=\frac{1}{LC}\ ;\lambda=\frac{R}{2L}\ \ ;B_0=\frac{E}{L}$$

La solution permanente est de la forme

$$Q_p=A\cos\left(\omega t-\delta\right)\Leftrightarrow Q_p=Ae^{j(\omega t-\delta)}$$

$$E\left(t\right)=E_m\cos\left(\omega\,t\right)\Leftrightarrow E\left(t\right)=E_me^{j(\omega\,t)}\Rightarrow B=B_0e^{j(\omega\,t)}\ avec\ \ :B_0=\frac{E_m}{L}$$

La solution est de la forme :

$$Q = A\, e^{j\,(\omega\, t - \delta)}$$

Avec :

$$\tan(\delta) = \frac{2\omega\lambda}{(-\omega^2 + {\omega_0}^2)}$$

$$A(\omega) = \frac{B_m}{\sqrt{\left[(-\omega^2 + {\omega_0}^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2\right]}}$$

La pulsation de résonance est :

$$\omega_r = \sqrt{{\omega_0}^2 - 2\lambda^2}$$