4.7.5 Exercice 5

Soit le système de la figure 4.18, $S = S_m \sin(\omega\, t)$.

1. Établir l'équation différentielle du mouvement.
2. Déterminer la pulsation propre ainsi que le facteur d'amortissement

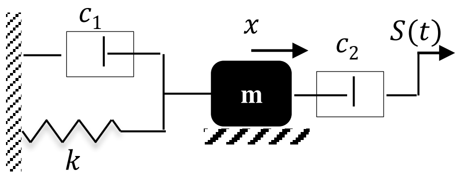

FIGURE 4.18 –

Correction de l'exercice 5

Énergie cinétique : $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \Rightarrow M_0 = m$.
Énergie potentielle : $U = \frac{1}{2}\, k\, x^2 \;\Rightarrow\; K_0 = k$.
Énergie de dissipation :

$$D = \frac{1}{2} c_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} c_2 \left(\dot{x} - \dot{S}(t)\right)^2 \Rightarrow C_0 = (c_1 + c_2)\, \dot{x} \;+\; c_2\, \dot{S}(t)$$

Équation différentielle du mouvement

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}}\right) + \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = 0$$

$$m\ddot{x} + k\, x + (c_1 + c_2)\, \dot{x} = c_2 \omega S_m \cos(\omega t)$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x + \frac{(c_1 + c_2)}{m} \dot{x} = \frac{c_2 \omega S_m}{m} \cos(\omega t)$$

De la forme :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\lambda \dot{x} = B_0$$

Avec :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \;;\; \lambda = \frac{c_1 + c_2}{2m} \;\;;\; B_0 = \frac{c_2 \omega S_m}{m} \cos(\omega t)$$