4.7.35 Exercice 35

Une caméra vidéo, d'une masse de 2,0 kg, est montée au sommet d'un bâtiment de banque pour la surveillance. La caméra vidéo est fixée à une extrémité d'une tige tubulaire en aluminium dont l'autre extrémité est fixée au bâtiment, comme indiqué à la Fig. 4.58. La force induite par le vent agissant sur la caméra vidéo, $f(t)$, s'avère être harmonique avec $f(t) = 25 \ \ cos\, 75.3984\, t$ N. Déterminer les dimensions de la section transversale du tube en aluminium si l'amplitude maximale de vibration de la caméra vidéo doit être limitée à 0,005 m.

On donne : $k = \frac{3\,E\,I}{\ell^3}$ Avec : E=71 Gpa ; et $I = \frac{\pi}{64}\,(d_e^4 - d_i^4)$

On pose que $\frac{d_e}{d_i} = 10$

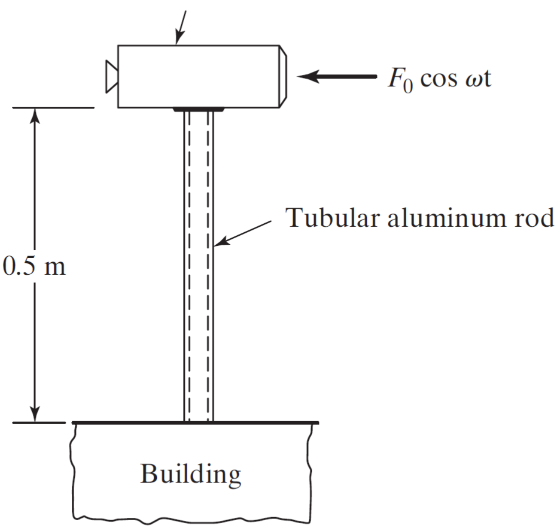

FIGURE 4.58 –

Correction de l'exercice 35

L'équation de mouvement est donnée par :

$$m\,\ddot{x} + k\,x = f(t)$$

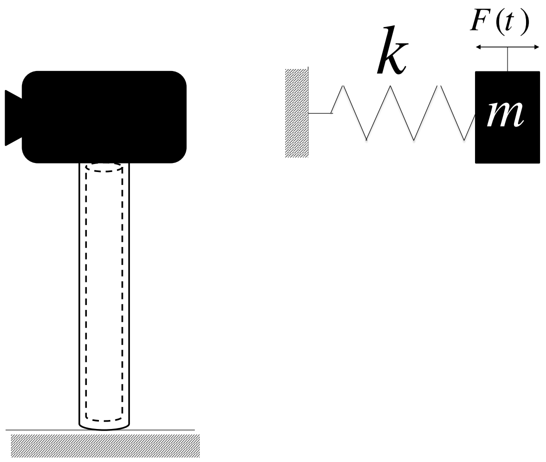

FIGURE 4.59 –

L'amplitude des vibrations est donnée par :

$$X = \frac{f_0}{k - m\,\omega^2} \leq 0.005 \Rightarrow \frac{25}{k - 2 \times (75.3984)^2} \leq 0.005$$

D'où :

$$k \geq 16369,8374 \text{ N/m}$$

D'autre part :

$$k = \frac{3EI}{\ell^3} \geq 16369,8374 \text{ N/m} \Leftrightarrow k = \frac{3 \times (71 \times 10^9)\, I}{(0.5)^3} \geq 16369,8374 \text{ N/m}$$

$$\Rightarrow I \geq \frac{(0.5)^3 \times 16369,8374}{3 \times (71 \times 10^9)} = 9,6067 \times 10^{-9}$$

On a :

$$I = \frac{\pi}{64}\left(d_e^4 - d_i^4\right) \geq 9,6067 \times 10^{-9}$$

$$\left(d_e^4 - d_i^4\right) \geq \frac{64 \times (9,6067 \times 10^{-9})}{\pi} = 1,9570 \times 10^{-7}$$

Or que :

$$\frac{d_e}{d_i} = 10 \Rightarrow d_e = 10 \times d_i \Leftrightarrow d_e^4 = 10\,000\ \times d_i^4$$

$$d_i^4\,(10\,000\ - 1) \geq 1,9570\ \times\ 10^{-7} \Rightarrow d_i \geq 0,0021\,\mathrm{m}$$

$$\frac{d_e}{d_i} = 10 \Rightarrow d_e = 10 \times d_i = d_e = 0,021\,\mathrm{m}$$