4.7.30 Exercice 30*

La figure 4.50 est un diagramme schématique d'une turbine à eau Francis dans laquelle l'eau s'écoule de A dans les aubes B et descend dans la piste de queue C.

Le rotor a une masse de $250\,kg$ et un balourd (m_e) de $5\,kgmm$. Le jeu radial

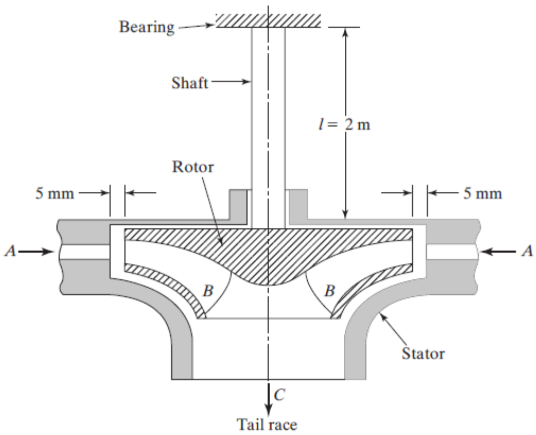

FIGURE 4.50 –

entre le rotor et le stator est de $5mm$.

La turbine fonctionne dans la plage de vitesses allant de 600 à $6000\,tr/min$.

On peut supposer que l'arbre en acier portant le rotor est encastré au niveau des paliers.

Déterminer le diamètre de l'arbre de sorte que le rotor soit toujours dégagé du stator à tous les vitesses de fonctionnement de la turbine. Supposons que l'amortissement soit négligeable. On donne : $E = 2.0710^{11}$

$$k = \frac{3\,E}{l^3}\left(\frac{4\,\pi\,d^4}{64}\right)$$

Correction de l'exercice 30

Dans le cas de $c = 0$ on a :

$$X = \frac{e\,r^2}{(1-r^2)} = \frac{e\,\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{(1-r^2)} = \frac{e\,\omega^2}{\omega_0^2\,(1-r^2)} = \frac{e\,\omega^2}{\frac{k}{m}\,(1-r^2)} = \frac{m\,e\,\omega^2}{k\,\,(1-r^2)}$$

Où : $m\,e = 5Kg.mm\,;\ M = 250\ Kg\,;\ X = 5\,mm$

La plage de vitesse de fonctionnement est :

$$\omega_1 = 600 \times \frac{2\,\pi}{60} = 20\,\pi\,rad/s$$

$$\omega_2 = 6000 \times \frac{2\,\pi}{60} = 200\,\pi\,rad/s$$

D'autre part :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{k}{250}} = 0.063245\,\sqrt{k}$$

Pour $\omega = \omega_1$:

$$0.005 \ = \frac{5 \times 10^{-3}\ (20\ \pi)^2}{k_1 \left(1 - \frac{(20\ \pi)^2}{\left(0.063245\,\sqrt{k_1}\right)^2}\right)} \Rightarrow k_1 = 10.04 \times 10^4\,\pi^2\ N/m$$

Pour $\omega = \omega_2$:

$$0.005 \ = \frac{5 \times 10^{-3}\ (200\ \pi)^2}{k_2 \left(1 - \frac{(200\ \pi)^2}{\left(0.063245\,\sqrt{k_2}\right)^2}\right)} \Rightarrow k_2 = 10.04 \times 10^6\,\pi^2\ N/m$$

il est claire que l'amplitude de vibration de l'arbre en rotation peut être minimisée en rendant $r = \omega/\omega = 0$ très grand.

Cela signifie que $\omega = 0$ doit être réduit par rapport à ω, donc k doit être réduit. Ceci peut être réalisé en sélectionnant la valeur de k_1.

La rigidité d'une poutre est donnée par

$$k \ = \ \frac{3\,E}{l^3}\left(\frac{4\,\pi\,d^4}{64}\right) \Rightarrow d = \sqrt[4]{\frac{64\,k\,l^3}{3\,\pi\,E}} \approx 127\,mm$$