4.7.25 Exercice 25

Une lourde machine pesant 300 kg est placée sur un support antivibratoire. La déformation statique γ des fondations due au poids de la machine est de $7.5cm$.

Quand la base des fondations est sujette à une oscillation harmonique, à la fréquence propre, $S(t) = s_0 \sin \omega_0 t$, on observe que la machine vibre avec une amplitude A_0 de 1 cm (c'est-à-dire), en négligeant l'amortissement, à la résonance $\omega_r = \omega_0$ ou $r = \frac{\omega_r}{\omega_0} = 1$)

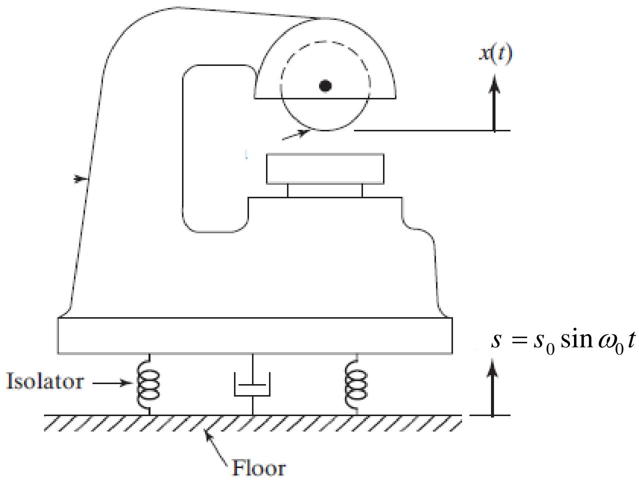

FIGURE 4.45 –

1. Exprimer la condition d'équilibre. En déduire la valeur de la constante de raideur du ressort.
2. Établir l'équation du mouvement. En déduire que l'amplitude de la force dynamique de la base Fr présente deux composantes.
3. Après avoir trouvé la constante d'amortissement des fondations (coefficient d'amortissement), donner la réponse du système en régime permanent. En déduire l'amplitude du déplacement relatif de la machine par rapport à la base $Z(t) = x(t) - s(t)$.

Données : $g = 10m/s^2$, $X_{eq} = 7.5cm$, $X = 1cm$ quand $S_0 = 0.25cm$.

Correction de l'exercice 25

1.
$$k\,X_{eq} = m\,g \;\Rightarrow\; k = \frac{m\,g}{X_{eq}} = 40000\;N/m$$

2.
$$m\,\ddot{x} \,+\, k\,x \,+\, c\,\dot{x} \,=\, k\,s(t) \,+\, c\,\dot{s}(t)$$

$$m\,\ddot{x} \,+\, k\,x \,+\, c\,\dot{x} = k\,s_0\,\sin\,\omega\,t \,+\, c\omega\;s_0\,\cos\,\omega\,t$$

$$F_r(t) = k\,s_0\,\sin\,\omega\,t \,+\, c\,\omega\;s_0\,\cos\,\omega\,t$$

$$F_0 = |F(t)| = s_0\,\sqrt{k^2 \,+ (c\,\omega\,)^2}$$

3.
$$X = \frac{F_0}{\sqrt{\left[(k - m\,\omega^2)^2 + C_0^2\omega^2\right]}} = \frac{s_0\,\sqrt{k^2 \,+ (c\,\omega\,)^2}}{\sqrt{\left[(k - m\,\omega^2)^2 + C_0^2\omega^2\right]}}$$

On : $\omega = \omega_0$

$$\Rightarrow c = 894.42\;N\,/\,m\,s$$

$$r = 1 \;\Rightarrow\; X = \frac{s_0}{2\,\zeta} = 0.00963\;m$$

On peut noter que $Z \neq\; X - S_0$. ceci est due aux différence de phase entre x(t), s(t) et z(t)