4.7.14 Exercice 14

Soit le système de la figure 4.28.

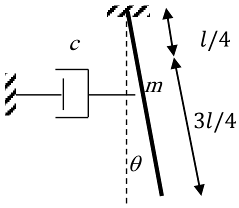

FIGURE 4.28 –

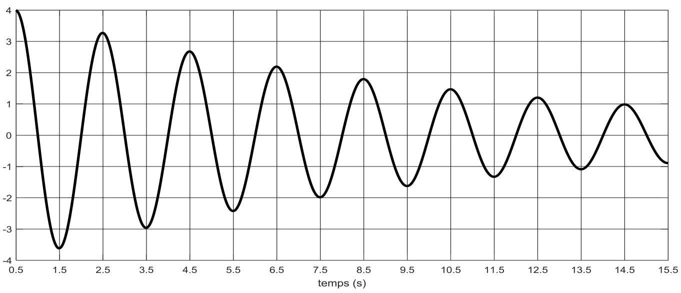

FIGURE 4.29 –

1. Déterminer les expressions de : la pulsation propre et du facteur d'amortissement.
2. La figure 4.29, représente l'allure du déplacement angulaire de la tige. Calculer la longueur l de la tige.
3. Un déplacement $S(t) = S_m \sin\ (\omega\ t)$ est imposé sur l'extrémité libre de l'amortisseur (Voir figure 4.30).

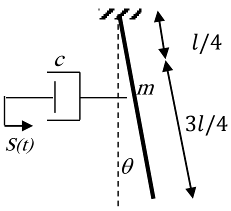

FIGURE 4.30 –

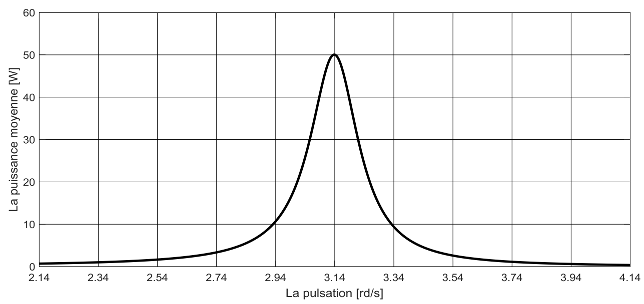

FIGURE 4.31 –

   (a) Établir l'équation différentielle du mouvement .
   (b) Déterminer l'expression de la fonction d'excitation.
4. La figure.4.31, représente l'allure de la puissance moyenne fournie au système en fonction de la pulsation ω. Calculer la masse de la tige.

On donne : $S_m = 0.01\, m$, $\pi = 3.140$, $g = 10\, m/s^2$.

Correction de l'exercice 14

1. Déterminer les expressions de : la pulsation propre et le facteur d'amortissement

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{m\,l^2}{3}\right)\dot{\theta}^2 \Rightarrow M_0 = \frac{m\,l^2}{3}$$

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{m\,g\,l}{2}\right)\theta^2 \Rightarrow K_0 = \frac{m\,g\,l}{2}$$

$$D = \frac{1}{2}\left(\frac{c\,l^2}{16}\right)\dot{\theta}^2 \Rightarrow C_0 = \frac{c\,l^2}{16}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3\,g}{2\,l}}$$

$$\lambda = \frac{3\,c}{32\,m}$$

2. Déterminer la valeur de la longueur de la tige

$$T_a = 2\,s \Rightarrow \omega_a = \tfrac{2\pi}{T_a} = \pi$$

$$n = 7$$

$$\ln(4) = n\lambda T_a \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(4)}{7T_a} = 0.01\,s^{-1}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_a^2 + \lambda^2} \simeq \pi\,rd/s$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3\,g}{2\,l}} \Rightarrow l = 1.52\,m$$

3.a établir l'équation différentielle du mouvement.

$$D = \frac{1}{2}c\left(\frac{l^2}{16}\dot{\theta}^2 - \dot{s}(t)\right)$$

$$M_0\ddot{\theta} + K_0\theta + C_0\dot{\theta} = C_0\dot{s}(t)$$

3.b Déterminer l'expression de la fonction d'excitation

$$B_0 = \frac{C_0\dot{s}(t)}{M_0} = \frac{C_0\,\omega\,s_m}{M_0}\cos(\omega t)$$

4. Calculer la masse de la tige.

$$\overline{P}_{max} = \frac{F_m^2}{4\,\lambda\,M_0} \Rightarrow M_0 = \frac{F_m^2}{4\,\lambda\,\overline{P}_{max}}$$

$$\overline{P}_{max} = \frac{F_m^2}{4\,\lambda\,M_0} = \frac{(C_0\,\omega\,S_m)^2}{4\,\dfrac{C_0}{2\,M_0}\,M_0} = \frac{(C_0\,\omega\,S_m)^2}{2\,C_0} = \frac{C_0\,\omega^2\,S_m^2}{2}$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{2\,\overline{P}_{max}}{\omega^2\,S_m^2} = \frac{c\,l^2}{16} \Rightarrow c = \frac{32\,\overline{P}_{max}}{\omega^2\,S_m^2\,l^2}$$

$$\lambda = \frac{3\,c}{32\,m} \Rightarrow m = \frac{3\,c}{32\,\lambda} = 3\,\frac{\overline{P}_{max}}{\lambda\,\omega^2\,S_m^2\,l^2} = 1315631,71\;Kg$$