

3.3.18 Exercice 18*

Un wagon de chemin de fer d'une masse de 2 000 kg se déplaçant à une vitesse $v = 10 \text{ m / s}$ est arrêté au bout des voies par un système d'amortisseur à ressort, comme illustré à la Fig. 3.21.

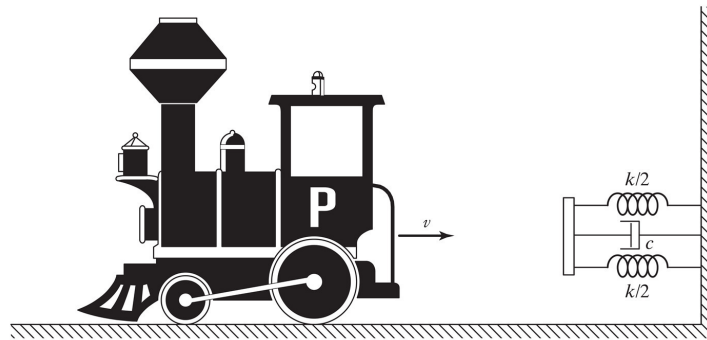


FIGURE 3.21 –

Déterminer le déplacement maximum du wagon après l'engagement des ressorts et de l'amortisseur.

On donne :

La raideur du ressort est $k = 40000 \text{ N / m}$

La constante d'amortissement est $c = 17888.4 \text{ N-s / m}$,

Correction de l'exercice 18

L'équation différentielle du mouvement :

$$m \ddot{x} + k x + c \dot{x} = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 4,4721 \text{ rad/s}$$

$$\lambda = \frac{c}{2m} = 4,4721 \text{ s}^{-1}$$

$\lambda = \omega_0$: amortissement critique.

$$x(t) = (A_1 t + A_2) e^{-\lambda t}$$

$$\dot{x}(t) = A_1 e^{-\lambda t} - \lambda(A_1 t + A_2) e^{-\lambda t}$$

$$t = 0 \begin{cases} x(0) = 0 \Rightarrow A_2 = 0 \\ \dot{x}(0) = 10 \text{ m/s} \Rightarrow A_1 = 10 \end{cases}$$

$$t = t_1 \begin{cases} x(t_1) = x_{\max} \\ \dot{x}(t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\lambda} \end{cases}$$

$$x(t_1) = x_{\max} = 10 t_1 e^{-\lambda t_1} = 10 t_1 e^{-1} = \frac{10 t_1}{e} = \frac{10}{\lambda e}$$

<http://ch-rahmoune.univ-boumerdes.dz/>