

3.3.14 Exercice 14

Le schéma simplifié d'un canon est montré sur la figure 3.17. Quand le canon tire un boulet, des gaz de haute pression accélèrent le projectile à l'intérieur d'un baril à une vitesse très élevée.

La force de réaction qui en résulte pousse le baril dans la direction opposée du projectile.

Puisqu'il est désirable de ramener le baril dans la position fixe dans le temps

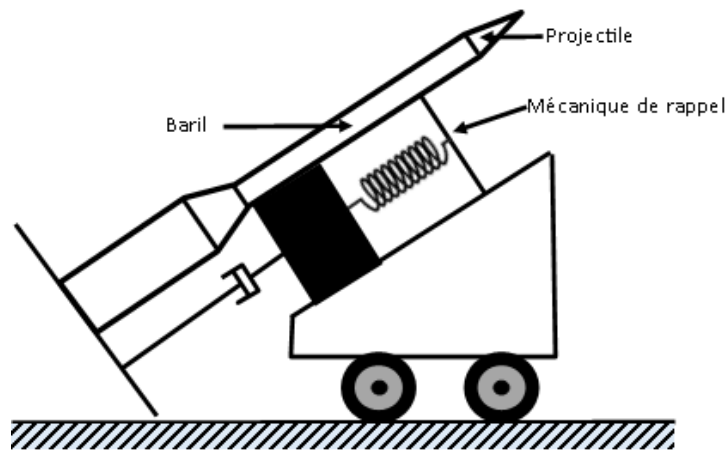


FIGURE 3.17 –

le plus court sans oscillations, on utilise l'amortissement critique d'un système masse-ressort-amortisseur qu'on appelle le mécanisme de rappel.

La distance maximum de rappel du canon est spécifiée comme étant 0.5 m . Si la vitesse initiale de rappel est 10 m/s et la masse du canon est 500 kg .

1. Trouver la constante de raideur du mécanisme de rappel?

Correction de l'exercice 14

$$\begin{cases} t_0 = 0 : x(0) = 0 \text{ et } \dot{x}(0) = V_0 = 10\text{ m/s} \\ t_1 = ? : x(t_1) = X_{\max} = 0.5\text{ m et } \dot{x}(t_1) = 0 \end{cases}$$

$$x(t) = (A_1 t + A_2) e^{-\lambda t} \Rightarrow \begin{cases} x(0) = A_2 = 0 \\ x(t_1) = (A_1 t_1) e^{-\lambda t_1} = 0.5 \end{cases}$$

$$\dot{x}(t) = -\lambda(A_1 t + A_2)e^{-\lambda t} + A_1 e^{-\lambda t} \Rightarrow \dot{x}(0) = A_1 = 10$$

$$\dot{x}(t_1) = -\lambda(A_1 t_1)e^{-\lambda t_1} + A_1 e^{-\lambda t_1} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{x}(t_1) = 10 e^{-\lambda t_1} (1 - \lambda t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\lambda}$$

$$x(t_1) = (A_1 t_1) e^{-\lambda t_1} = 0.5 \Rightarrow \left(10 \frac{1}{\lambda}\right) e^{-\lambda \frac{1}{\lambda}} = 0.5$$

$$\Rightarrow \frac{10}{\lambda} e^{-1} = 0.5 \Rightarrow \lambda = 20e^{-1} = \frac{20}{e}$$

on utilise l'amortissement critique

$$\lambda = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \lambda^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = \lambda^2 m = 27067.05 \text{ N/m}$$