3.3.11 Exercice 11

Soit un système oscillatoire dont la solution de l'équation différentielle du mouvement est donnée par :

$$x(t) = 6\,e^{-0.3t}\,\cos(2\pi t\, +\, \varphi)$$

1. Déterminer la valeur de la pulsation propre.
2. Trouver la valeur de l'amplitude des oscillations après 6 oscillations. (trouver $x(t_0 + 6\,T_a)$, avec $t_0 = 0$.)

Correction de l'exercice 11

1. on $x(t)$ de la forme :

$$x(t) = 6e^{-\lambda t}\,\cos(\omega_a\, t\, +\, \varphi)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0.3\, s^{-1} \\ \omega_a\, =\, 2\,\pi \end{cases}$$

$$\omega_a = \sqrt{\omega_0^2 + \lambda^2} \Rightarrow \omega_a^2 = \omega_0^2 + \lambda^2 \Rightarrow \omega_0^2 = \omega_a^2 - \lambda^2$$

$$\omega_0^2 = \omega_a^2 - \lambda^2 = 39,3884 \Rightarrow \omega_0 = 6,2760\,\mathrm{rad}\,/\,\mathrm{s}$$

2.

$$\chi =\, \ln\left(\frac{x\,(t_0)}{x\,(t_0 + n\,T_a)}\right) = n\,\lambda\,T_a = 1.8$$

$$x\,(t_0) =\, 6\,e^{-\lambda\,t_0} = 6$$

$$\ln\left(\frac{6}{x\,(t_0 + n\,T_a)}\right) = 1.8$$

$$\frac{6}{x\,(t_0 + n\,T_a)} = e^{1.8} \Rightarrow x\,(t_0 + n\,T_a) = \frac{6}{e^{1.8}}$$