

2.3.9 Exercice 9

Sur une poulie (cylindre creux) de masse $2m$ et de rayon R on soude une tige de masse m et de longueur $2R$ (figure 2.15). La poulie est suspendue en son centre par une corde inextensible à un bâti fixe. De part et d'autre de la poulie on fixe sur sa périphérie deux ressorts de même raideur k . Les ressorts ont leur autre extrémité reliée au sol.

1. Déterminer la pulsation propre du système.

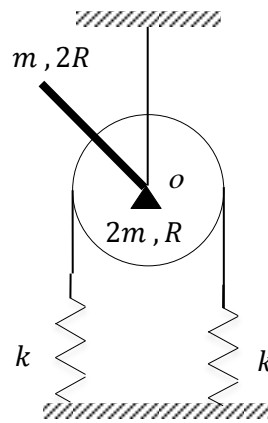


FIGURE 2.15 –

Corrigé de l'exercice 9

Énergie cinétique

$$T^{sys} = T^{2m} + T^m$$

$$T^{2m} = \frac{1}{2} J_{/o} \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} [2 m R^2] \dot{\theta}^2$$

$$T^m = \frac{1}{2} J_{/o} \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} [J_{/G} + m |OG|^2] \dot{\theta}^2$$

$$T^m = \frac{1}{2} \left[\frac{m (2R)^2}{12} + m R^2 \right] \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{7}{3} m R^2 \right] \dot{\theta}^2$$

$$T^{sys} = \frac{1}{2} \left[\frac{13}{3} m R^2 \right] \dot{\theta}^2 \Rightarrow M_0 = \frac{13}{3} m R^2$$

Énergie potentielle Selon la figure 2.16 :

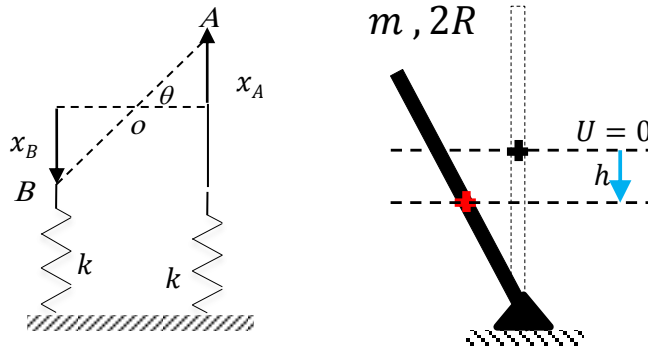


FIGURE 2.16 –

$$x_A = x_B = R \sin \theta \simeq R \theta$$

$$h = -R(1 - \cos \theta) = -R \frac{\theta^2}{2}$$

$$U = \frac{1}{2} k x_A^2 + \frac{1}{2} k x_B^2 + m g h$$

$$U = \frac{1}{2} k R^2 \theta^2 + \frac{1}{2} k R^2 \theta^2 - \frac{1}{2} m g R \theta^2$$

$$U = \frac{1}{2} (2 k R^2 - m g R) \theta^2$$

$$K_0 = 2 k R^2 - m g R$$

La pulsation propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_0}{M_0}} = \sqrt{\frac{2 k R^2 - m g R}{\frac{13}{3} m R^2}}$$