2.3.8 Exercice 8

Dans la figure 2.13, la tige OB est de masse m et de longueur $2l$. A l'équilibre, la tige est horizontale, on ne s'intéresse qu'aux oscillations de faibles amplitudes.

1. Trouver l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.
2. Déduire l'équation différentielle du mouvement et la pulsation propre des oscillations.

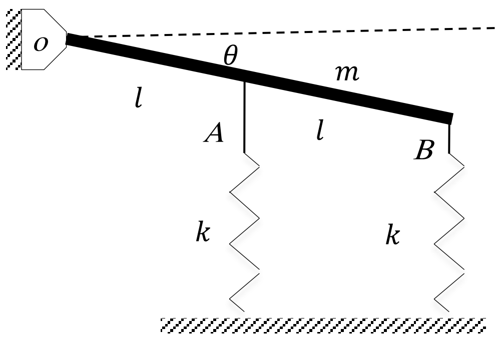

FIGURE 2.13 –

Corrigé de l'exercice 7

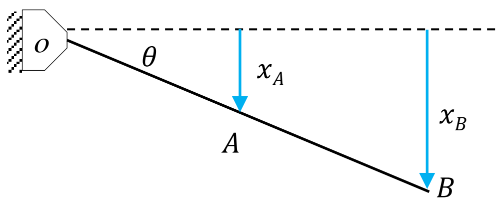

FIGURE 2.14 –

Selon la figure 2.14

$$x_A = l \sin\theta \simeq l\,\theta$$

$$x_B = 2l \sin\theta \simeq 2l\,\theta$$

Énergie cinétique :

$$T = \frac{1}{2} J_{/o} \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \left[J_{/G} + m \left|OG\right|^2 \right] \dot{\theta}^2$$

$$T = \frac{1}{2} \left[\frac{m\,(2l)^2}{12} + m\,l^2 \right] \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{4}{3}\, m\, l^2 \right] \dot{\theta}^2$$

$$M_0 = \frac{4}{3}\, m\, l^2$$

Énergie potentielle

$$U = \frac{1}{2} k\, x_A^2 + \frac{1}{2} k x_B^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} k\,(l\theta)^2 + \frac{1}{2} k\,(2l\theta)^2 = \frac{1}{2} \left(5kl^2\right) \theta^2 = \frac{1}{2} K_0 \theta^2$$

Équation différentielle du mouvement

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\, T}{\partial\, \dot{\theta}}\right) + \frac{\partial U}{\partial\, \theta} = 0$$

$$M_0\, \ddot{\theta} + K_0\, \theta = 0$$

$$\left[\frac{4}{3}\, m\, l^2\right] \ddot{\theta} + \left[5\, k\, l^2\right] \theta = 0$$

La pulsation propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_0}{M_0}} = \sqrt{\frac{5\, k\, l^2}{\frac{4}{3}\, m\, l^2}}$$