2.3.3 Exercice 3

La masse m de la figure 2.3, est fixée à l'extrémité d'une tige OA de longueur l et de masse négligeable. La tige est soudée au point o centre d'inertie d'un cylindre de masse M et de rayon R. Le cylindre peut rouler sans glisser sur un plan horizontal. A l'équilibre la tige est verticale. Pour des faibles oscillations :

1. Trouver l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.
2. Déduire la pulsation propre des oscillations

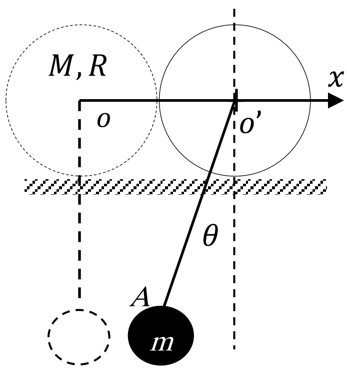

FIGURE 2.3 –

Corrigé de l'exercice 3

D'après la figure 2.4 :

$$\begin{cases} x_o = R\,\theta \\ x_A = R\,\theta - l\,\sin\,\theta \end{cases}$$

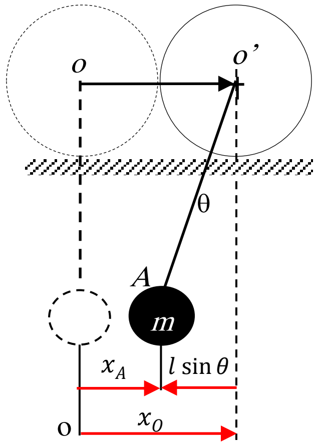

FIGURE 2.4 –

Énergie cinétique

$$T^{sys} = T^M + T^m$$

$$T^M = \frac{1}{2} M \dot{x}_o^2 + \frac{1}{2} J_{/o} \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} M R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{M R^2}{2}\right) \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{3 M R^2}{2}\right) \dot{\theta}^2$$

$$T^m = \frac{1}{2} m \dot{x}_A^2 = \frac{1}{2} m (R - l)^2 \dot{\theta}^2$$

$$T^{sys} = \frac{1}{2} \left[\frac{3 M R^2}{2} + m (R - l)^2\right] \dot{\theta}^2 \Rightarrow M_0 = \frac{3 M R^2}{2} + m (R - l)^2$$

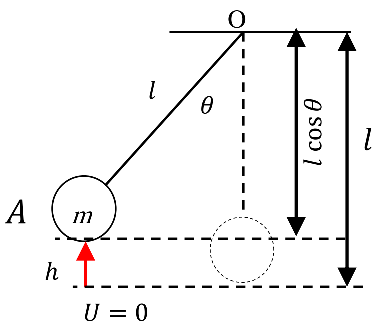

FIGURE 2.5 –

Énergie potentielle Selon la figure 2.5 :

$$h = l\,(1 - \cos\,\theta) = \frac{1}{2}\,l\,\theta^2$$

$$U = m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,g\,l\,\theta^2 \Rightarrow K_0 = m\,g\,l$$

La pulsation propre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_0}{M_0}} = \sqrt{\frac{m\,g\,l}{\frac{3\,M\,R}{2} + m\,(R - l)^2}}$$