

2.3.17 Exercice 17

La colonne du réservoir d'eau représentée à la figure 2.24 (a) a une hauteur de $\ell=100$ m et est en béton armé avec une section transversale tubulaire de diamètre intérieur $d=2.5$ m et de diamètre extérieur $D=3$ m. Le réservoir pèse 275000 Kg lorsqu'il est rempli d'eau. En négligeant la masse de la colonne et en supposant que le module de Young du béton armé est $E=30$ Gpa, déterminer ce qui suit :

1. La fréquence naturelle des vibrations transversales du réservoir d'eau.
2. La réponse vibratoire du réservoir d'eau due à un déplacement transversal initial de 25 cm.
3. Les valeurs maximales de la vitesse et de l'accélération subies par le réservoir d'eau.

On donne :

$$k = \frac{12 \pi E}{64 \ell^3} (D^4 - d^4)$$

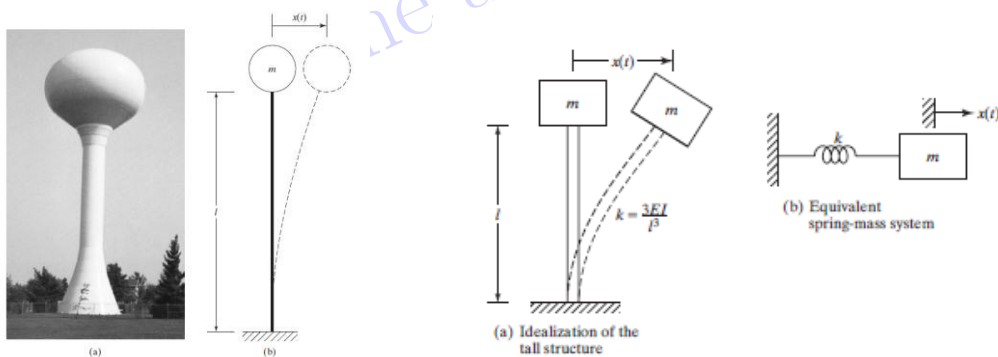


FIGURE 2.24 –

FIGURE 2.25 –

Correction de l'exercice 17

1.

$$k = \frac{12 \pi E}{64 \ell^3} (D^4 - d^4) = 185.310 \text{ N/m}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{185.310}{275000}} = 0.8209 \text{ rad/s}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 7.65 \text{ s}$$

2.

$$x(t) = A \cos (\omega_0 t + \varphi)$$

$$t = 0 \rightarrow \begin{cases} x(0) = 0.25 \Rightarrow A \cos \varphi = 0.25 \\ \dot{x}(0) = 0 \Rightarrow A \omega_0 \sin \varphi = 0 \end{cases}$$

$$A \omega_0 \sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$A \cos (0) = 0.25 \Rightarrow A = 0.25$$

$$x(t) = 0.25 \cos (0.8209 t)$$

3.

$$\dot{x}(t) = A \omega_0 \sin (\omega_0 t + \varphi) = 0,2052 \sin (0.8209 t)$$

$$\ddot{x}(t) = A \omega_0^2 \cos (\omega_0 t + \varphi) = 0,1684 \cos (0.8209 t)$$