

2.3.14 Exercice 14

Un cylindre de masse M de rayon R est libre de pivoter au point O comme le montre la figure 2.21.

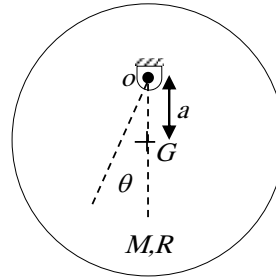


FIGURE 2.21 –

1. Trouver sa fréquence naturelle de vibration.
2. Trouver la valeur de a qui maximise cette fréquence

Correction de l'exercice 14

$$T = \frac{1}{2} M a^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} (M a^2 + J) \dot{\theta}^2$$

$$U = M g a (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} M g a \theta^2$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{M g a}{M a^2 + J}} = f(a)$$

$$f'(a) = 0 \Rightarrow M g (M a^2 + J) - 2 g M^2 a^2 = 0$$

$$g M^2 a^2 + M g J - 2 g M^2 a^2 = 0$$

$$M g J - g M^2 a^2 = 0 \Rightarrow J - M a = 0$$

$$\Rightarrow a_{\max} = \sqrt{\frac{J}{M}}$$