1.7.4 Exercice 4

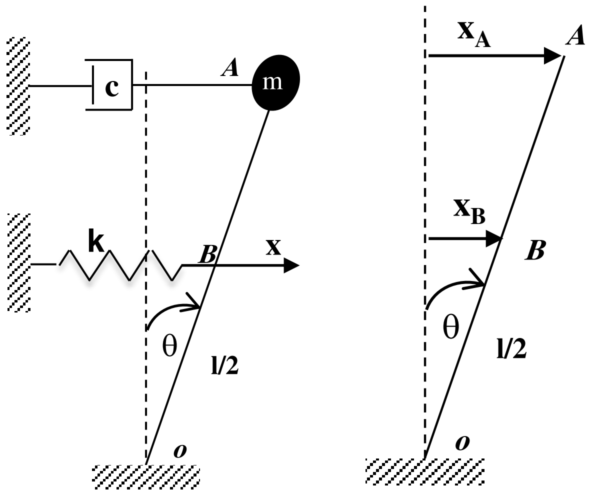

FIGURE 1.25 –

Soit le système suivant. On considère que pour des petites oscillations ($\sin\theta = \theta$) et que la tige est de masse négligeable et de longueur l.

1. Calculer l'énergie cinétique du système.
2. Calculer l'énergie potentielle du système.
3. Etablir l'équation différentielle du mouvement et donner la nature du mouvement oscillatoire.

Corrigé de l'exercice 4

1. Calcule de l'énergie cinétique du système.
   On a :

$$x_A = OA\ \sin\theta = l\ \sin\theta = l\,\theta$$

$$x_A = OB\ \sin\theta = \frac{l}{2}\ \sin\theta = \frac{l}{2}\,\theta$$

Énergie cinétique

$$T = \frac{1}{2}\,m\,\dot{x}_A^2 = \frac{1}{2}\,m\,l^2\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\,(m\,l^2)\dot{\theta}^2 \Rightarrow\ M_0 = m\,l^2$$

2. Calcule de l'énergie potentielle du système.

$$U = \frac{1}{2}\,k\,x_B^2 - m\,g\,l(1-\cos\,\theta) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\,\theta\right)^2 - m\,g\,l\frac{\theta^2}{2}$$

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{k\,l^2 - 4\,m\,g\,l}{4}\right)\theta^2 \Rightarrow\ K_0 = \frac{k\,l^2 - 4\,m\,g\,l}{4}$$

3. Etablir l'équation différentielle du mouvement et donner la nature du mouvement oscillatoire.

   La fonction de dissipation

$$D = \frac{1}{2}\,c\,\dot{x}_A^2 = \frac{1}{2}\,c\,l^2\,\dot{\theta}^2\ \Rightarrow C_0 = c\,l^2$$

   Équation différentielle du mouvement

$$M_0\,\ddot{\theta} + K_0\,\theta + C_0\dot{\theta} = 0$$

   La nature du mouvement : Mouvement libre amorti