Université M'Hamed Bougera De Boumerdes
جـــــامعة أمـــحمد بـوقره بومـــــرداس
Faculté des Sciences de L'ingénieur - Département Maintenance Industrielle
كليــــــة علـــوم المهنــــدس ـ قــــسم الصيــــانة الصناعيــة

Aucun document n'est autorisé. **Enseignant : C. Rahmoune**
Mobile étain.
Durée: 1h30
Répondre directement sur le sujet.

Contrôle N^{0}2 de Mécaniques Des Solides II

Licence 3eme Année : Génie Mécanique Option : Mécatronique

Nom :……………………….……… prénom :………………..………Matricule : …………..Note :……… / 15

I. Théorie

1. Le principe fondamental de la dynamique est donné par

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = m\overrightarrow{a(p)}$$

Donner la condition pour que l'écriture suivante soit correcte :

$$\vec{F}_1.\vec{U} + \vec{F}_2.\vec{U} + \cdots + \vec{F}_n.\vec{U} = m\overrightarrow{a(p)}.\vec{U}$$

………
………..

2. Soit $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ un repère fixe, et soit un vecteur $\overrightarrow{op} = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = x.\vec{x} + y.\vec{y} + z.\vec{z}$ décrivant la position du point p par rapport a O, et soit q_1, q_2 les coordonnées généralisées tq $x = x(q_1,q_2)$; $y = y(q_1,q_2)$; $z = z(q_1,q_2)$

a. Calculer les vitesses virtuelles $\dot{x}^*$, $\dot{y}^*$et $\dot{z}^*$
………
………
………
………
………

b. déduire la vitesse virtuelle $\overrightarrow{V^*(p)}$ et écrire $\overrightarrow{V^*(p)}$ sous la forme $\overrightarrow{V^*(p)} = \frac{\partial p}{\partial q_1}\dot{q}_1^* + \frac{\partial p}{\partial q_2}\dot{q}_2^*$
………
………
………

c. Soit une force $dF = dF_x.\vec{x} + dF_y.\vec{y} + dF_z.\vec{z}$ appliquée au point p

i. Calculer la puissance virtuelle dP^*développée par la force dF.
………
………
………...

ii. Ecrire dP^* sous la forme $dQ_i\dot{q}_i^*$.
………
………
………
………..

3. La puissance virtuelle développée par les quantités d'accélération s'écrit :

$$P_{qds}^{*} = \int \overrightarrow{a(p)}\,.\overrightarrow{V^{*}(p)}dm \text{ Avec } \overrightarrow{V^{*}(p)} = \frac{\partial p}{\partial q_i}\dot{q}_i^{*} \text{ est la vitesse virtuelle du point } p$$

a. Ecrire P_{qds}^{*} sous la forme $A_i\dot{q}_i^{*}$

……

……

……

……

b. Déduire la nouvelle écriture du principe de d'Alembert.

……

……

……

c. Quelle est l'idée qui a permet à Lagrange d'introduire son formalisme

……

……

d. Sachant que $\frac{d}{dt}\left[\vec{V}.\frac{\partial p}{\partial q_i}\right] = \vec{a}(p).\frac{\partial p}{\partial q_i} + \vec{V}\frac{d}{dt}\frac{\partial p}{\partial q_i}$ et $\frac{d}{dt}\frac{\partial p}{\partial q_i} = \frac{\partial \vec{V}(p)}{\partial q_i}$ et on donne $\frac{\partial p}{\partial q_i} = \frac{\partial \vec{V}(p)}{\partial \dot{q}_i}$ écrire les A_i en fonction de l'énergie cinétique T.

……

……

……

……

……

……

……

……

4. Donner l'expression des équations de Lagrange dans le cas où les vitesses virtuelles ($\dot{q}_i^{*}$) sont compatibles avec les liaisons holonomes.

……

……

5. Donner l'expression des équations de Lagrange dans le cas où les vitesses virtuelles ($\dot{q}_i^{*}$) sont compatibles avec les liaisons holonomes et les liaisons non holonomes.

……

……

6. Soit la fonction $f(q_1, q_2, t) = 0$ et soit l'équation de liaison suivante $a_1dq_1 + a_2dq_2 + bdt = o$

a. On dit que cette liaison est **<u>HOLONOME</u>** si (cochez la correcte)

☐ $a_i = \frac{\partial f(q_1,q_2,t)}{\partial q_i}$ et $b = \frac{\partial f(q_1,q_2,t)}{\partial t}$; ☐ $a_i \neq \frac{\partial f(q_1,q_2,t)}{\partial q_i}$ et $b \neq \frac{\partial f(q_1,q_2,t)}{\partial t}$;

☐ $a_i = \frac{\partial f(q_1,q_2,t)}{\partial q_i}$ et $b \neq \frac{\partial f(q_1,q_2,t)}{\partial t}$; ☐ $a_i \neq \frac{\partial f(q_1,q_2,t)}{\partial q_i}$ et $b = \frac{\partial f(q_1,q_2,t)}{\partial t}$;

b. On dit que cette liaison est **<u>DEPENDANTE</u>** du temps si (cochez la correcte)

☐ $b = 0$

☐ $b \neq 0$

II. Application

1. Soit le repère $R(O, X, Y, Z)$, et soit une sphère de masse M. désignons par x et y les coordonnées du point G dans le repère $R(\overrightarrow{OG} = x.\vec{X} + y.\vec{Y})$. On donne $\theta = \omega t$. t.q $\omega = cst$ (Figure1)

- Ecrire x et y les coordonnées de G en fonction de θ et $\emptyset$. Que représentent θ et $\emptyset$

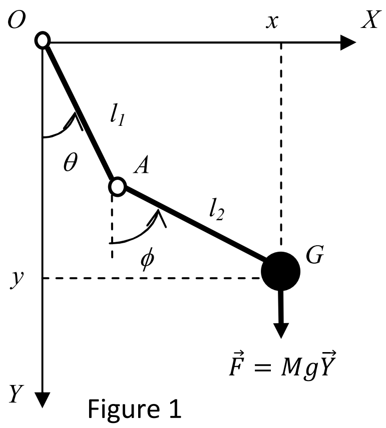

Figure 1

……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………

- donner le degré de liberté du système. ……………………………………

2. un point matériel P peut se déplacer sur une droite (D) $(O, \vec{X}_1)$ telle que $O_1 \in$ (D) se déplace sur $(O, \vec{Y}_0)$ de manière que : $\overrightarrow{OO_1} = \frac{1}{2}\overrightarrow{a(t)}.t^2$. θ = cts (Figure 2)
   - déterminer les vitesses virtuelles compatibles avec la liaison telle qu'elle existe à l'instant t.

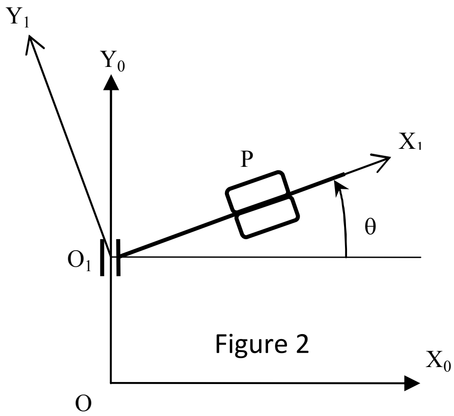

Figure 2

……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………

3. Calculer la puissance virtuelle développée par l'action du ressort sur la barre (AB) notée $\vec{F}_{R/2}$ dans une transformation virtuelle compatible avec la liaison telle quelle existe à l'instant t. (Figure 3)

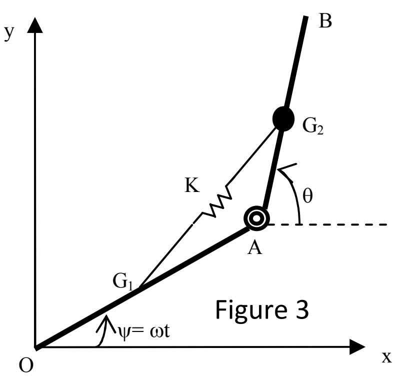

Figure 3

On donne : $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AB}| = l$, $\overrightarrow{OG_1} = \frac{\overrightarrow{OA}}{2}$, $\overrightarrow{AG_2} = \frac{\overrightarrow{AB}}{2}$ $\overrightarrow{G_1G_2} = \overrightarrow{OG_2} - \overrightarrow{OG_1}$

……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………

....

....

....

....

....

....

4. la condition de roulement sans glissement d'un cerceau sur un plan rugueux est donnée par les deux équations suivantes :

   $\dot{x} + a\dot{\emptyset}\, cos\varphi = 0$

   $\dot{y} + a\dot{\emptyset}\, sin\varphi = 0$

   - ces relations sont ☐ géométriques ☐ cinématiques. Justifier votre réponse.

   ....

   ....

   ....

5. Compléter le tableau suivant :(**<u>0</u>** lorsque la composante est nulle et **<u>1</u>** lorsque la composante n'est pas nulle)

<table>
<tr><th>Nom de la liaison</th><th>Degré de liberté</th><th>Torseur cinématique</th><th>Torseur des actions</th></tr>
<tr><td>prismatique</td><td><table><tr><td></td><td>rot</td><td>tra</td></tr><tr><td>$\vec{e}_x$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_y$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_z$</td><td>0</td><td>1</td></tr></table></td><td>$\begin{cases}\omega_x = \cdots\\ \omega_y = \cdots\\ \omega_z = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}v_x = \cdots\\ v_y = \cdots\\ v_z = \cdots\end{cases}$</td><td>$\begin{cases}X_{1/2} = \cdots\\ Y_{1/2} = \cdots\\ Z_{1/2} = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}L_{1/2} = \cdots\\ M_{1/2} = \cdots\\ N_{1/2} = \cdots\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>cylindrique</td><td><table><tr><td></td><td>rot</td><td>tra</td></tr><tr><td>$\vec{e}_x$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_y$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_z$</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td><td>$\begin{cases}\omega_x = \cdots\\ \omega_y = \cdots\\ \omega_z = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}v_x = \cdots\\ v_y = \cdots\\ v_z = \cdots\end{cases}$</td><td>$\begin{cases}X_{1/2} = \cdots\\ Y_{1/2} = \cdots\\ Z_{1/2} = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}L_{1/2} = \cdots\\ M_{1/2} = \cdots\\ N_{1/2} = \cdots\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>sphérique</td><td><table><tr><td></td><td>rot</td><td>tra</td></tr><tr><td>$\vec{e}_x$</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_y$</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_z$</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td><td>$\begin{cases}\omega_x = \cdots\\ \omega_y = \cdots\\ \omega_z = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}v_x = \cdots\\ v_y = \cdots\\ v_z = \cdots\end{cases}$</td><td>$\begin{cases}X_{1/2} = \cdots\\ Y_{1/2} = \cdots\\ Z_{1/2} = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}L_{1/2} = \cdots\\ M_{1/2} = \cdots\\ N_{1/2} = \cdots\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>encastrement</td><td><table><tr><td></td><td>rot</td><td>tra</td></tr><tr><td>$\vec{e}_x$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_y$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_z$</td><td>0</td><td>0</td></tr></table></td><td>$\begin{cases}\omega_x = \cdots\\ \omega_y = \cdots\\ \omega_z = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}v_x = \cdots\\ v_y = \cdots\\ v_z = \cdots\end{cases}$</td><td>$\begin{cases}X_{1/2} = \cdots\\ Y_{1/2} = \cdots\\ Z_{1/2} = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}L_{1/2} = \cdots\\ M_{1/2} = \cdots\\ N_{1/2} = \cdots\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>rotoide</td><td><table><tr><td></td><td>rot</td><td>tra</td></tr><tr><td>$\vec{e}_x$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_y$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{e}_z$</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td><td>$\begin{cases}\omega_x = \cdots\\ \omega_y = \cdots\\ \omega_z = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}v_x = \cdots\\ v_y = \cdots\\ v_z = \cdots\end{cases}$</td><td>$\begin{cases}X_{1/2} = \cdots\\ Y_{1/2} = \cdots\\ Z_{1/2} = \cdots\end{cases}$ $\begin{cases}L_{1/2} = \cdots\\ M_{1/2} = \cdots\\ N_{1/2} = \cdots\end{cases}$</td></tr>
</table>