3.11.14 Exercice 14

Considérez le système électromécanique de la Fig.3.64. Il consiste en une structure fixe en matériau magnétique hautement perméable ($\mu \to \infty$) avec un enroulement d'excitation de N spires.
Un piston mobile, également en matériau magnétique hautement perméable

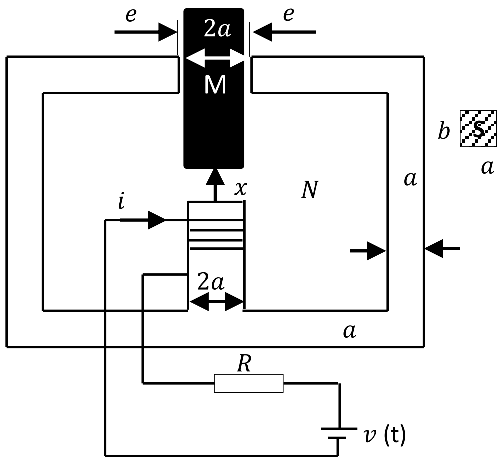

FIGURE 3.64 –

($\mu \longrightarrow \infty$), est contraint par un manchon non magnétique pour se déplacer dans la direction x.
Il s'agit de la configuration de base utilisée pour le déclenchement de disjoncteurs, de vannes de commande et d'autres applications dans lesquelles une force relativement importante est appliquée à un élément qui se déplace sur une distance relativement petite.
Nous souhaitons calculer l'inductance de la bobine (en fonction du courant i et du déplacement x) et de la tension v pour une variation temporelle spécifiée de i et x.

Corrigé de l'exercice 14

Pour rendre l'analyse du système de la Fig. 3.64 plus pratique mais tout à fait précise, il est classique de formuler les hypothèses suivantes :

1. La perméabilité du matériau magnétique est suffisamment élevée pour être supposée infinie.
2. Les longueurs d'entrefer e et x sont supposées petites comparées aux dimensions transversales $e << a$, $x << 2a$, de sorte que les franges aux bords de l'entrefer peuvent être ignorées.
3. Le flux de fuite est supposé négligeable ; c'est-à-dire que le seul flux appréciable traverse le matériau magnétique, à l'exception des espaces e et x.

Le Circuit équivalent :

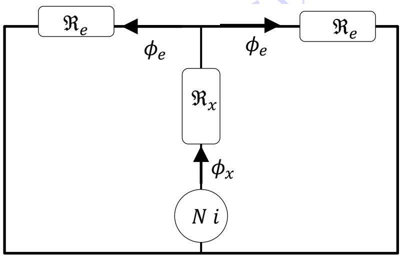

FIGURE 3.65 –

$$H_e\, e \;+\; H_x\, x \;=\; N\, i$$

$$\Re_e\, \phi_e \;+\; \Re_x\, \phi_x \;=\; N\, i$$

le circuit étant symétrique :

$$2\, \phi_e \;=\; \phi_x$$

$$2\, B_e\, S_e \;=\; B_x\, S_x$$

$$2\, \mu_0\; H_e\, S_e \;= \mu_0\; H_x\, S_x$$

Or que : $S_x \ = 2\,a\,b$ et $S_e \ = a\,b$.
D'où :

$$2\,\mu_0\ \ H_e\,a\,b\ = \mu_0\ \ H_x\,2\,a\,b \Rightarrow H_x = H_e = H$$

On peut donc écrire :

$$H\ (x\ +\ e)\ =\ N\,i\ \Rightarrow\ H\ =\ \frac{N\,i}{e\ +\ x}$$

Le flux à travers la jambe centrale du noyau est simplement le flux traversant l'entrefer x :

$$\phi_x\ =\ B\ S_x\ =\ \mu_0\,H\ \ (2\,a\,b)\ =\ 2\,\mu_0\,a\,b\,\frac{N\,i}{e\ +\ x}$$

Le flux total pour une bobine de N spires est :

$$\Phi\ =\ N\ \phi_x\ =\ 2\,\mu_0\,a\,b\,\frac{N^2\,i}{e\ +\ x}$$

D'autre part on a :

$$\Phi\ = L(x)\ i$$

D'où :

$$L(x)\ =\ 2\,\mu_0\,a\,b\,\frac{N^2}{e\ +\ x}\ =\ \frac{2\,\mu_0\,a\,bN^2}{e}\,\frac{1}{1\ +\ \frac{x}{e}}\ =\ L_0\,\frac{1}{1\ +\ \frac{x}{e}}$$

Avec :

$$L_0 = \frac{2\,\mu_0\,a\,bN^2}{e}$$

la tension $v(t)$ aux bornes de la bobine est donnée par :

$$v(t)\ = R\,i + \frac{d\Phi}{dt}\ = R\,i + \frac{d}{dt}\ (L(x)\ i)\ = R\,i +\ L(x)\,\frac{di}{dt}\ +\ i\,\frac{dL(x)}{dt}$$

$$v(t)\ = R\,i +\ L_0\,\frac{1}{1\ +\ \frac{x}{e}}\,\frac{di}{dt}\ -\ L_0\,\frac{i}{e\left(1\ +\ \frac{x}{e}\right)^2}\,\frac{dx}{dt}$$