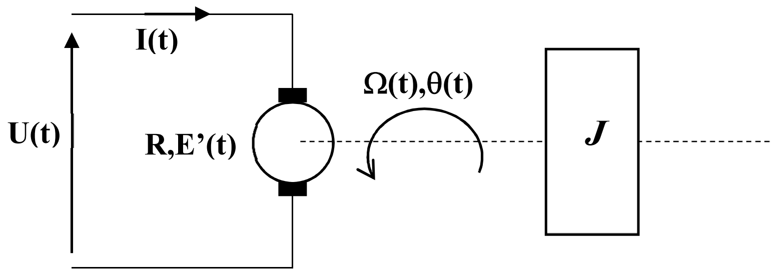
Exercice 1 : Modélisation simplifiée d'un servomoteur à courant continu.

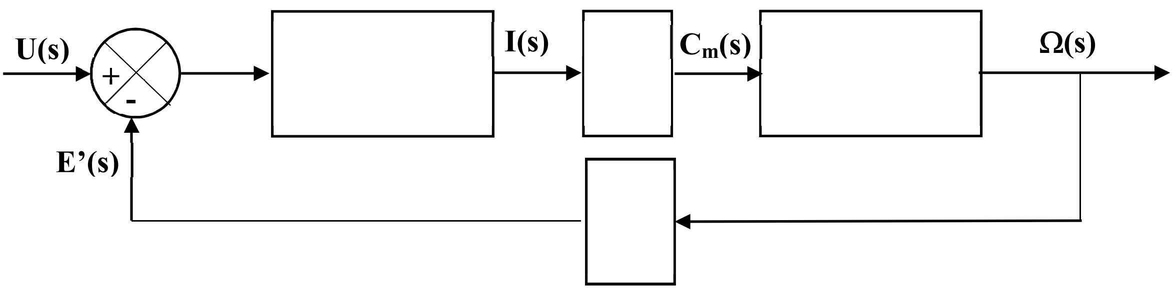


On considère le système décrit par la figure. L'inertie des parties tournantes (rotor, volant, etc...) est notée J et le coefficient de couple est notée K.

Pour modéliser le système, nous considérons les hypothèses suivantes :

- H1 : Le flux est créé par des aimants permanents, il est donc constant.
- H2 : La self de l'induit est négligée, seule sa résistance R est prise en compte.
- H3 : On néglige tous les couples résistants (frottements secs et visqueux).

1. Ecrire les équations différentielles régissant le fonctionnement du moteur puis leurs transformées de Laplace.
2. A partir de la question précédente, compléter le schéma bloc du moteur.



3. A partir du schéma bloc précédent et de la formule des systèmes bouclés, déterminer la fonction de transfert $T(s) = \dfrac{\Omega(s)}{U(s)}$
4. Déterminer le gain statique, puis le temps de réponse du système.

8Solution

Les équations différentielles régissant le fonctionnement du moteur sont :

$U(t) = E(t) + R\,I(t)$

$E(t) = K\,\Omega(t)$

$T_{em}(t) = K\,I(t)$

$J\dfrac{d\Omega(t)}{dt} = T_{em}(t)$

En appliquant la transformée de Laplace, nous obtenons les égalités suivantes :

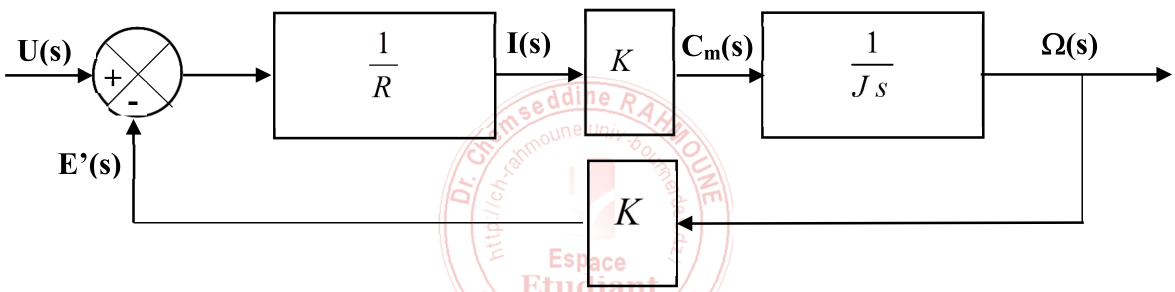
$U(s) = E(s) + R\,I(s)$

$E(s) = K\,\Omega(s)$

$T_{em}(s) = K\,I(s)$

$J\,s\,\Omega(s) = T_{em}(s)$

Le schéma bloc complété s'obtient alors en manipulant les équations précédentes



En manipulant les égalités précédentes, nous obtenons l'équation suivante :

$$U(s) = \Omega(s)\left(K + \frac{JR}{K}s\right)$$

Nous en déduisons la fonction de transfert du système : $H(s) = \dfrac{\Omega(s)}{U(s)} = \left(\dfrac{\frac{1}{K}}{1 + \frac{JR}{K^2}s}\right)$

Le gain statique est : $\dfrac{1}{K}$

Le temps de réponse est : $tr_{5\%} = 3\tau = 3\dfrac{JR}{K^2}$